

## 講義アンケート SM2022-3 (2022年10月25日) コメントと回答

十分時間をかければ“くまなく”動くというのが疑問に思った。初期条件として、気体分子を1箇所を集めた状態などは十分時間をかけても実現されないのではないかとというのが疑問です。自分なりの考えとしては、エネルギー面のそういった実現不可能な状態だけを含んだ部分集合は全体に比べて無視できる程小さいという意味で“くまなく”という表現になっているということです。もしくは、無限時間放置していれば実現不可能そうに思える状態も実現される、という意味でくまなく動くとされているというのも考えましたがこちらは本線ではないです。

いわゆる「エルゴード問題」といわれる話ですが、メモを公開したので、参考にしてください。いずれにしても、正確に議論するには、力学系についての数学的な知識（測度論とか）が必要です。勉強を積み重ねてください。

圧力の解が最後きれいになったことに感動した。面白かったです。

不思議ですよねぇ。

力学的量が高次元空間での幾何学的な量で表現されるのが面白かった。

物理数学演習で d-次元空間の静電ポテンシャルを扱ったがどういう時に役に立つのか分からなかった。もし、統計力学で出てくるのなら知りたい。

統計力学では、自由度 N が大きいことの結果として、高次元空間の解析が標準的にできます。これからも毎回のようになんかそういう扱いのテクニックがでてきます。一方で、3次元空間の問題を d次元空間のように扱うのは、一般化するという観点がひとつと、もうひとつは d が十分大きいときに解析可能になることがあるからです。

さっぱり分かりませんでした。これから授業についていけるか不安になりました。

講義ノートのどの部分で「ついていけない」となったのか、というのを誰か（僕でもいいです）に話をし、壁の所在とそれを乗り越えることができればいいのですが・・・。

規格化因子の式が突然出てきた所と、 $\Omega$  が  $\log \Omega$  にかわった所がよく理解できませんでした。

このようなアンケートが存在することは助かります。授業後に疑問が出てくることが多いので。

分母分子を  $\Omega$  でわって、 $(\partial \Omega) / \Omega = \partial \log \Omega$  という公式をつかいました。  
( $\partial$  は偏微分)

統計力学に限らない話ですが、ある原理、たとえば等重率の原理を何故認めて良いかというのは、その原理から出発して構築された理論が、実験結果を非常に良く説明するからであり、そのことによるのみ正当化されるという考えで合っていますでしょうか。

そう思います

その上で、もしその原理からは説明がつかない現象が確認されたらどうするかという話ですが、ひとつは原理を修正してその現象も説明出来るように理論の拡張を試みる、それでもどうしても説明出来ないならば、古典論が破綻したときのように新たな物理が眠っている可能性があるから、上手く説明出来る仮定を考えるという感じになるのでしょうか。このあたりの、物理のスタンス、そもそもどういう営みなのか、というのを一度信頼出来る方に明らかにしてもらいたいのですが、お願いできませんか。

大事なことだと思います。統計力学Aの範囲でも、2-3度そういう場面に遭遇します。そのときに説明できれば、と思います。

「 $\Gamma$ がエネルギー面上をくまなく運動している」という「仮定」を「原理」に格上げした、という説明がありました。この場面での「仮定」と「原理」とはどのような意味の違いで使われていますか？

仮定でもいいのですが、「原理」という言葉の場合、「もっとも基本的な仮定」というニュアンスをもつかなあ。

全体の流れの中の立ち位置を確認する時間があるのが分かりやすいです。

ありがとうございます。

講義 1025 メモのミクロな圧力の定義のところで、エネルギー変化が、 $V_{wall}$  を  $L_x$  で偏微分したもの(に  $\Delta L_x$  を掛けたもの)の和になっているのがわかりません。壁と粒子、どちらがどちらに力を及ぼして、壁がどちらに動いて、仕事が正か負かで、符号がこんがらがって分からなくなったので説明してもらえると助かります。

仕事の符号は、何が何にという主語で変わるので気をつけないと混乱しますね。(外部が)ポテンシャルを変化させたときのエネルギー変化は、外部が系に仕事をしています。作用・反作用があるので、系が外部にする仕事にマイナスをかけたものです。系が外部にする仕事は、気体が壁に及ぼす力がする仕事です。これを式に書いたものです。

講義 1025 メモ、希薄気体での計算例で、 $\xi$  がミクロ長とありますが、ミクロ長とはなんですか？

説明が足りていませんでした。原子・分子の大きさ程度の長さ、という意味で使いました。

大した話ではないですが、希薄の薄のくさかんむりが抜けているように思います

ああ・・・。ありがとうございます。気をつけます。

この欄への質問を考えながら復習するのはとても効果的な感じがします。先生からのフィードバックがあれば有り難いです。もしアンケートがなくなったら個別メールでさせていただきたいなと思います。

皆さんが書いてくれたら、続けようと思います。

一応理解できたというよりは納得できただけにすぎない状態なので、可能であれば PandA の方に演習問題を何問かアップロードしていただけるとありがたいです。

練習問題は、成績評価に関係づけていくつか出しますが、今は、それくらいで十分かと思います。講義で説明する計算や論旨をしっかりと確認するのでよいかと思います。

$\Gamma$  で積分するとき、単に  $\int d\Gamma \dots$  と書いたときには、粒子が箱から飛び出した配置も含んだすべての力学状態を考えて足す、という理解で合ってますか？

はい、そうです。

希薄気体の例で  $\Omega$  を計算するとき、 $\int dp_1 \dots dp_N$  の積分領域が  $\sum p_i^2 \leq 2mE$  と、等号を含んでいて、階段関数の引数が 0 のときは値が 1/2 だけ等号含むのかな、と一瞬引っかかりました。しかし結局積分結果は変わらないので、端を含むかどうかはどうでもいいかと思い直しました。

はい。積分をするときある特定の点の値そのものは効かないです。

自分のアドレスにも提出内容が送られるような Googleform の設定だと少し有り難いかもです。

検討しますが、すぐにできないかもしれません。

ステップ関数が頻出しそうに感じた。これまでは使い方がわからなかったが、便利さがわかった気がする。デルタ関数の微分積分の計算技法に慣れていきたい。

そうですね。馴れだと思えます。

なぜ  $\Sigma(E, L_x)$  が、 $\theta$  関数の  $E$  偏微分で表現できるのかが理解できなかった。

Σ の定義が δ 関数の Γ 積分でかけて、δ 関数が θ 関数の E 微分でかけるからです。

だんだん分からなくなってきた

どの箇所で、分からないと感じるか、と指定できて、それについて相談できればいいのですが・・・

系の状態を相空間内の等エネルギー面上の構造を考えることによって調べるとというのが特徴的だなと思った。理想気体の状態方程式が導出されたのが面白かった。

そうですね。等エネルギー面の構造が状態方程式を決める、ということなので、直感的ではないですね。

Σ(E)を積分で表した式を代入する際、圧力の式のインテグラルの扱いがよくわかりませんでした。

どの式ですかね。講義後にでも具体的に見せてくれると補足説明できると思います。

難しく正直あまり分からないが、分かりたいと思う気持ちは強いのでなんとか追いつきたい。

はい。とりあえず、一歩ずつ、講義の説明の式を順番にフォローするだけでも何とか。「分かる」という状態になるには、全体がみえてこないといけないので、1月末にわかることを目指すのでよいかと思います。

ポテンシャルとしてばねのポテンシャルを良く使いますが、何か理由はあるのでしょうか。クーロンポテンシャルのような逆数型の方がより現実に近いように思えるのですが、これはこれで正確ではないのでしょうか。

壁ポテンシャルや一次元粒子間相互作用の例での話ですね。簡単のためです。現実的なポテンシャルとして、レナードジョーンズポテンシャルなどがあります。クーロンポテンシャルは電荷をもつ場合ですが、実は、クーロンポテンシャルは「やばい」のです。やばさの事実だけは、講義中でそのうち説明します。

一切微分方程式を解かずに、ミクロな情報からマクロな情報の導出をしている感じが強く、非常に興味深かったと思います。毎回楽しみです

はい。もとの問題が微分方程式で定義されているのに、その解のうちある特徴的な部分については、微分方程式の解を経由できずに、厳密に計算できる、ということなのです。こういう考え方は、講義の統計力学だけでないのですね。僕自身も「学問として惹かれる部分」です。

統計力学（というかこの授業において）の定義で、圧力を一つの壁についての分子の与える力としていま

したが、この定義で十分であるのはなぜでしょうか。L<sub>y</sub>,L<sub>z</sub>について変動しうるときにはこのような定義では、well-defined でない気がします、そのような一般的な場合において圧力はどのように定義されるのですか??

講義では、簡単のために、特定の壁の特定の状況の圧力を定義しました。より一般的な定義はあります。例えば、ある領域を考えて、そこに含まれる運動量全部の時間変化が、その領域の表面から流出する運動量流束でかけます。(運動量がベクトルなので、運動量流束はテンソルになります。) この運動量流束のうち、運動量が速度で運ばれる寄与を除いたものが応力になります。この応力テンソル (の対角成分) が圧力になります。[普通の学部講義で学ぶ機会はないかもしれませんが。]このように一般化して、その圧力を等重率の原理で計算すると、結果は同じになります。(数式変形としては、長い長い計算が必要で、非常に不思議なことなのですが・・・)

### アンケート結果：

「圧力の公式」はわかりましたか？

43件の回答

