

熱力学/2020年度レポート課題（2回目） /担当 佐々

2020/07/08 17:00 締め切り

問題 体積 V の箱 B の中に気体が物質量（モル数） N だけ閉じ込められている。この気体の熱容量は $3NR/2$ であり、ある状態方程式

$$P = P(T, V)$$

に従うとする。中が真空の体積 $2V$ の箱 C を用意し、断熱壁で囲まれた箱 C の中に箱 B を入れ、箱 B の壁をはずす。すると、箱 B の中にとじ込められていた気体が箱 C の中全体に広がる。理想的に仕事はゼロにできることから、この過程は「断熱自由膨張」と呼ばれる。ここではこの過程を

$$(T, V) \rightarrow (T', 2V)$$

と書く。一般に断熱自由膨張で温度は変化しうるので、膨張後に実現する平衡状態の温度を T' と書いた。以下の問いに答えよ。

(i) この気体は理想気体だとし、

$$P(T, V) = \frac{NRT}{V}$$

に従うとする。 R は気体定数である。このときのエントロピーを $S(T, V)$ と記す。

(i-a) U が V に依存しないということ、および、熱力学第一法則から $T' = T$ を導け。

(i-b)

$$S(T', 2V) - S(T, V)$$

を求め、断熱自由膨張が不可逆過程であることを説明せよ。

(ii) この気体が状態方程式

$$P(T, V) = \frac{NRT}{V} - a \frac{N^2}{V^2}$$

に従うとする。ここで、 a は物質の種類に依存する正の定数である。また、気体の安定性の条件

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T \leq 0$$

を満たす状態 (T, V) しか考えない。断熱自由膨張後の温度 T' を計算し、この気体の S の関数形 (T, V) を導出し、

$$S(T', 2V) - S(T, V)$$

を求めよ。この値が正であることを計算によって示せ。

(iii) 一般的な気体に対して、圧力の正値性

$$P(T, V) > 0$$

および安定性の条件

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_T \leq 0$$

を満たす状態 (T, V) を考える。 $T' \leq T$ とする。このとき、等温準静的過程

$$(T', V) \rightarrow (T', 2V)$$

における仕事の符号に着目することで、断熱自由膨張が不可逆過程であることを示せ。また「安定性の条件」がどのように関わっているのかについて議論せよ。

レポート評点基準 (i) について何とか正しい議論を行っている場合に C 以上の評価となる。(i), (ii) に対して概ね正しい議論を行っている場合には B 以上となる。(ii) まで完答、あるいは、(ii) まで部分的解答でも (iii) をある程度まで答えている場合 A 以上の評価となる。(iii) まで完答、あるいは、特に優れた考察を含む場合には A+ の評価となる。

レポート作成上の注意 このレポート課題の答えは成績評価に関係するので、他人の答えを見ないこと、また、他人に答えを見せないこと。教科書やインターネットの資料は参考にしてよい。課題の意味が分かりにくいなどの質問がある場合には、sasa@scphys.kyoto-u.ac.jp に問い合わせるのは構わない。