熱力学講義 Ⅲ

20/05/27

§ 例

理科実験? オープンラボ?

この現象を定量的に理解したい。

§「すばやく」とは?

○○に比べて速い

→ 周りの空気に「熱」が流れる

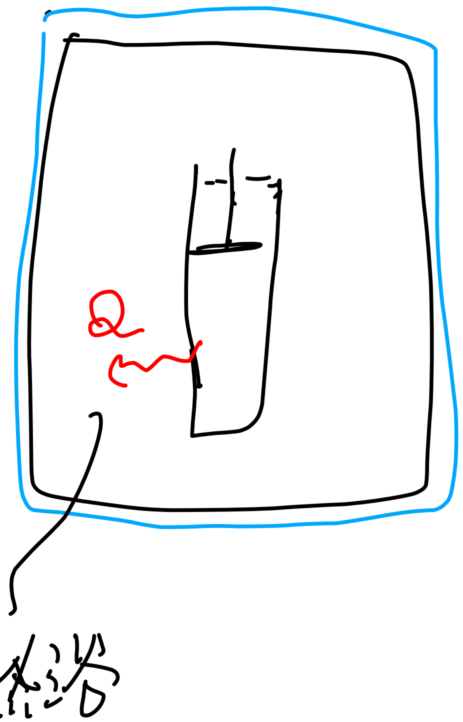
より も 速い

"断熱"

$$\Rightarrow \Delta U = W + Q$$

$Q = 0$

$$= W$$



§ 仕事

$W[(T_0, V_0) \xrightarrow{a} (T_1, V_1)]$: 押し込み方に依存

断熱環境 (adiabatic)

▷ 押している途中も平衡状態と考えてよい程度にゆっくり押す.

準静的過程 (後述)

ただし, $Q=0$ とみなせる程度に速い・・

§ 時間スケールの分離

$$\tau_{eq} \ll \tau \ll \tau_{ex}$$

τ_{eq} ＝ 箱の中の温度と圧力が一様になる時間

τ ＝ 押し込む時間

τ_{ex} ＝ 周囲に熱が流れる時間

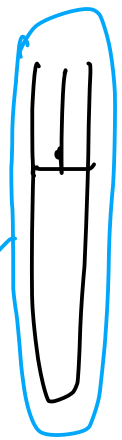
- $a < b$
- $a \ll b$?
- $a/b \to 0$

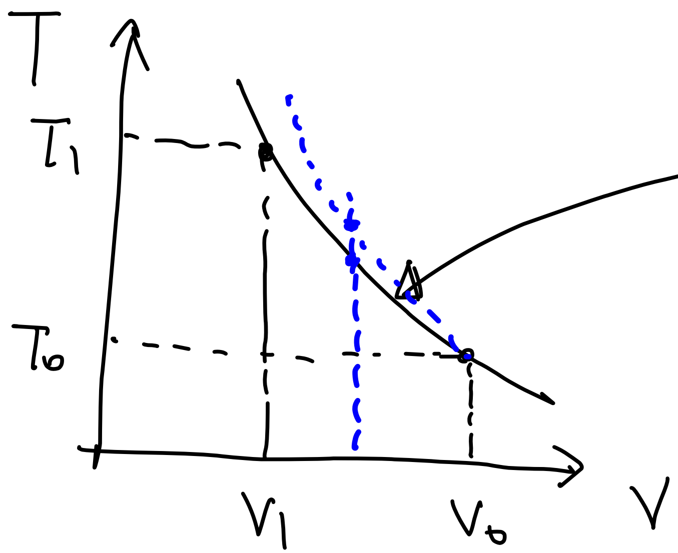
§ 断熱準静的仕事

$$W[(T_0, V_0) \xrightarrow{aq} (T_1, V_1)]$$

adiabatic quasi-static process

$$= -\int_{V_0}^{V_1} dV \; p(T_*(V), V)$$





$T = T_*(V)$ 断熱曲線

III

(求めたい温度変化)

~Intermission~

§ $T_*(V)$ の決定

$$U(T_1, V_1) - U(T_0, V_0) = -\int_{V_0}^{V_1} dV\, p(T_*(V), V)$$

$T_1 = T_*(V_1)$

V_1 で微分 $((T_0, V_0)$: 固定$)$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \Bigg|_{T=T_1} \cdot \frac{dT_*}{dV}\Bigg|_{V_1} + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T \Bigg|_{V=V_1} = -p(T_*(V_1), V_1)$$

熱容量

エネルギー方程式

$$C(T_1, V)\frac{dT_*(V)}{dV} = -T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V.$$

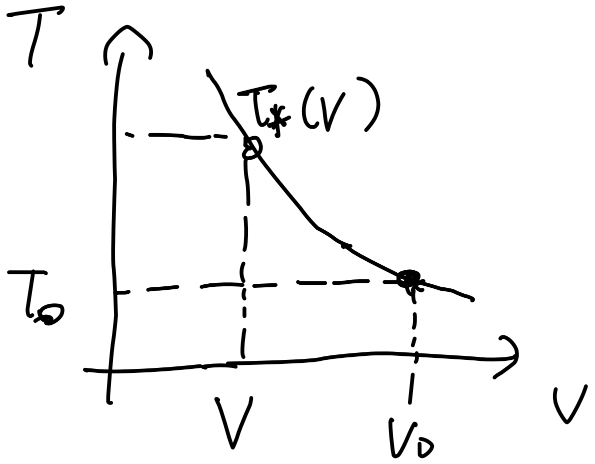
(V_1 は任意なので V とおきなおした)

$$\frac{d}{dx} f(g(x)) \qquad \cdot f(y) \quad \cdot g(x)$$

$$= \frac{d}{dy} f(y) \Big|_{y=g(x)} \cdot \frac{d}{dx} g(x)$$

§ 例：理想気体

$$U(T_*(V), V) - U(T_0, V_0) = -\int_{V_0}^{V} dV' \, p(T_*(V'), V')$$



$$\frac{3}{2} NR(T_*(V) - T_0) = -\int_{V_0}^{V} dV' \frac{NRT_*(V')}{V'}$$

$\Longrightarrow$ V で微分

$$\frac{3}{2} \cancel{NR} \frac{dT_*}{dV} = -\cancel{NR} \frac{T_*(V)}{V}$$

$$\boxed{\frac{3}{2} \frac{dT_*(V)}{dV} = -\frac{T_*(V)}{V}} \longrightarrow T_*(V) \text{ を知りたい.}$$

微分方程式

§ 微分方程式を解く

$$\frac{3}{2}\frac{dT_*(V)}{dV} = -\frac{T_*(V)}{V} \longrightarrow \frac{3}{2}\frac{dT}{dV} = -\frac{T}{V}$$

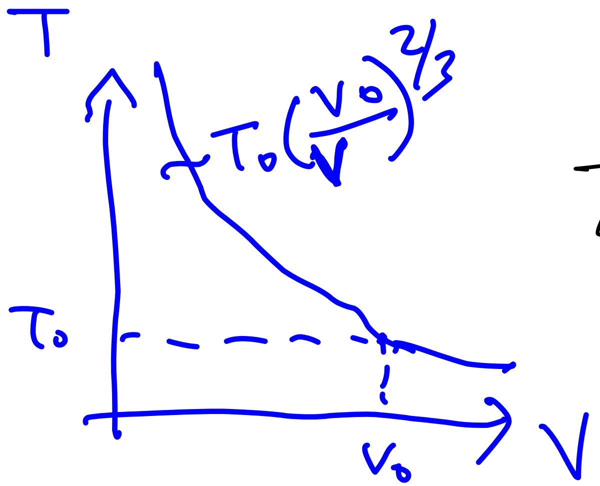
変数分離型：

$$\frac{3}{2}\frac{dT}{T} = -\frac{dV}{V}$$

$$\longrightarrow \frac{3}{2}\int\frac{dT}{T} = -\int\frac{dV}{V}$$

$$\longrightarrow \frac{3}{2}\log T = -\log V + \text{const}$$

$$\longrightarrow T^{3/2}V = \text{const}$$



$$T_*^{3/2}(V)V = T_0^{3/2}V_0 \Longrightarrow T_*(V) = T_0\left(\frac{V_0}{V}\right)^{2/3}$$

~ Intermission ~

§ 準静的過程

▷ 平衡状態が持続している過程

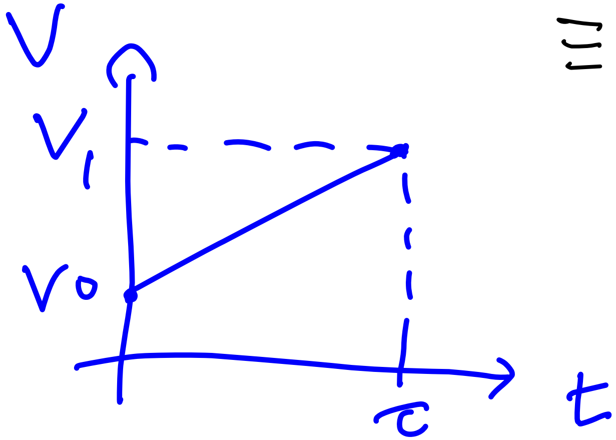
$\underset{\sim}{\tau} \gg \underset{\sim}{\tau_{eq}}$　平衡になる時間　操作時間

▷ 操作的定義（悪徳商人にだまされないため）

e.g. $V_0 \longrightarrow V_1$ ：ピストンを押す

$\equiv \quad V = V(t)$ 体積制御プロトコル

$0 \leq t \leq \tau$



§ 操作的定義 (1)

「操作後に十分待つ」

平衡状態

- $V(t)$, $0 \le t \le \tau$ $\Rightarrow$ $W\left[(T_0, V_0) \xrightarrow{V} (T_1, V_1)\right] \equiv W_V$

プロトコル

(等温環境 $(T_1 = T_0)$ or 断熱環境)

- $V^{+}(t) \equiv V(\tau - t)$

$0 \le t \le \tau$ $\Rightarrow$ $W\left[(T_1, V_1) \xrightarrow{V^{+}} (T_0', V_0)\right] \equiv W_{V^{+}}$

逆操作

を (T_1, V_1) に対して行なう。

W_V, $W_{V^{+}}$ は測定可能

§ 操作的定義 (2)

「平衡状態が持続するならば」

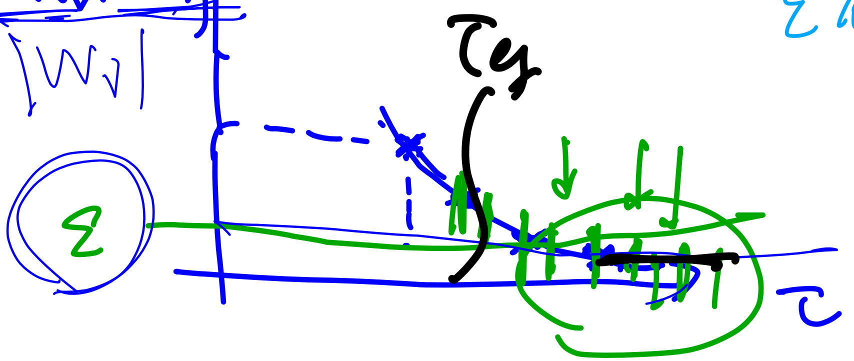
$$W_v = -\int_{V_0}^{V_1} dV\, P(T(V), V)$$

$$W_{v+} = -\int_{V_1}^{V_0} dV\, P(T(V), V) = +\int_{V_0}^{V_1} dV\, P(T(V), V)$$

$$= -W_v$$

$$W_{v+} + W_v = 0$$

$$\frac{|W_{v+} + W_v|}{|W_v|}$$



$\tau \nearrow \infty$

$|W_{v+} + W_v| \searrow 0$

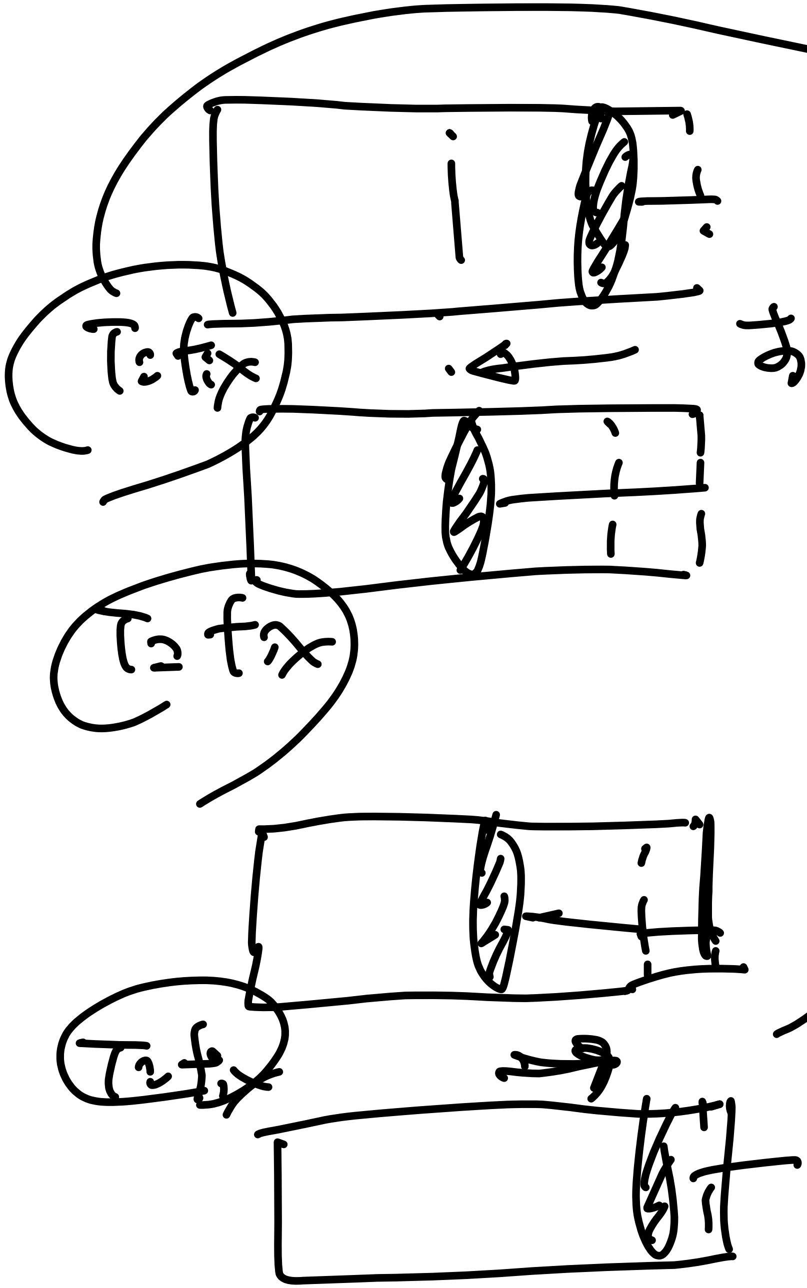
を確認する

許容幅 ε fix

$|W_v + W_{v+}| \leq |W_v|\varepsilon$

となるように

τ を選ぶ



等温圧縮

v

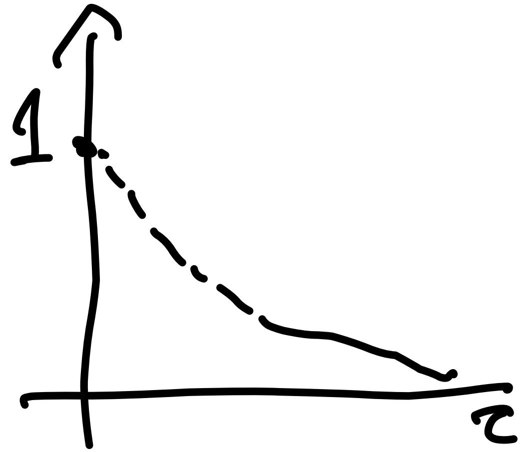
すばやく

$w_r > 0$

w_{r+}

$\frac{(w_r + w_{r+})}{w_r} \approx 1$

$w_{r+} \approx 0$



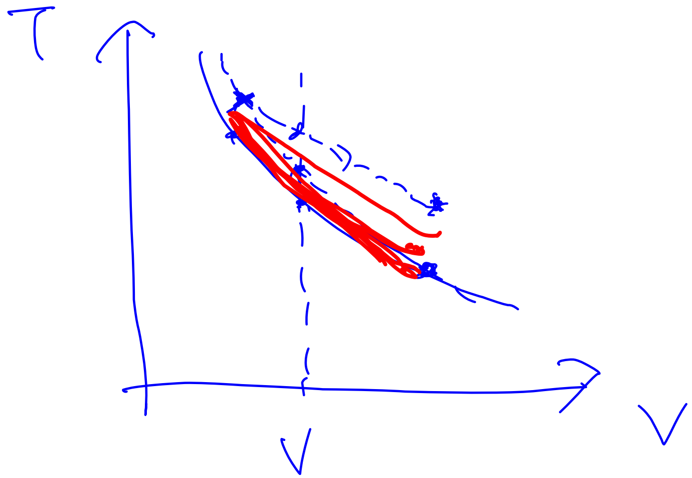
§ 記号

$(T, V) \xrightarrow{i} (T, V')$ 等温過程 ： 等温環境における操作

$(T, V) \xrightarrow{iq} (T, V')$ 等温準静的過程

$(T, V) \xrightarrow{a} (T', V')$ 断熱過程 ： 断熱環境における操作

$(T, V) \xrightarrow{aq} (T_*(V'), V')$ 断熱準静的過程



§ レポート（成績評価に関係ない）

- 最初の設定で新聞紙が燃える理由を説明せよ

- ファンデルワールス気体で断熱曲線 $T_*(V)$ を計算せよ