熱力学講義Ⅳ

21/05/12

§ 例

理科実験？　オープンラボ？

この現象を定量的に理解したい。

§「すばやく」とは?

〇〇に比べて速い

→ 周りの空気に「熱」が流れる

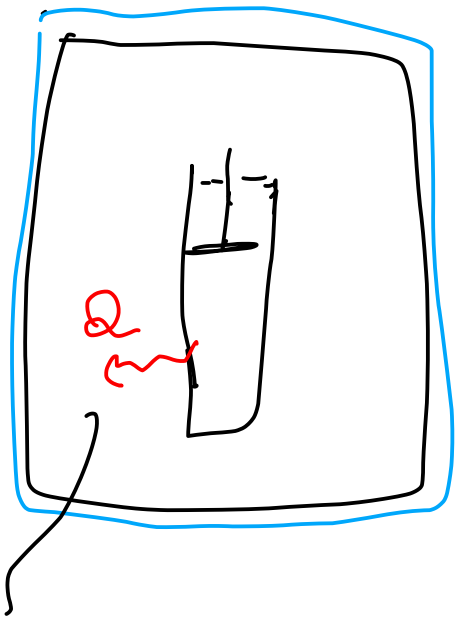
よりも速い

"断熱"

⇒ $\Delta U = W + Q$

$Q = 0$

$= W$



熱浴

§ 仕事

$W\left[(T_0,V_0)\xrightarrow{a}(T_1,V_1)\right]$: 押し込み方に依存

断熱環境 (adiabatic)

▷ 押している途中も平衡状態

と考えてよい程度にゆっくり押す.

準静的過程 (後述)

ただし, $Q=0$ とみなせる

程度に速い ‥

§ 時間スケールの分離

$$\tau_{eq} \ll \tau \ll \tau_{ex}$$

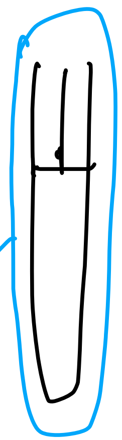
τ_{eq} = 管の中の温度と圧力が一様になる時間

τ = 押し込む時間

τ_{ex} = 周囲に熱が流れる時間

- $a < b$
- ※ $a \ll b$?
- $a/b \to 0$

§ 断熱準静的仕事

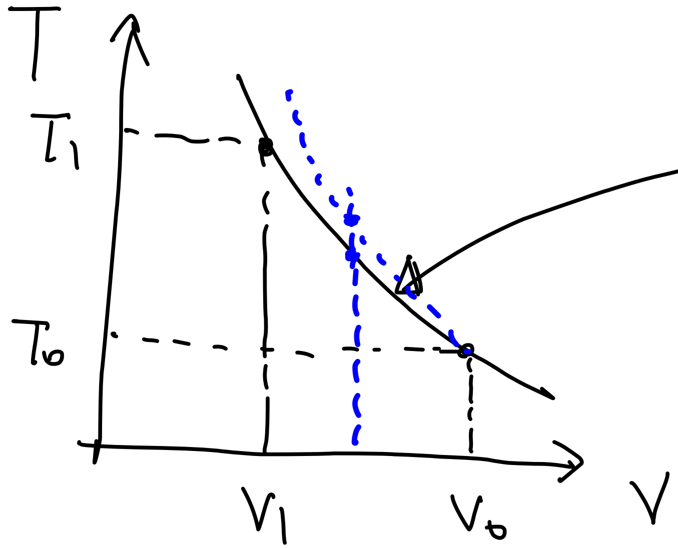


断熱壁

$$W[(T_0, V_0) \xrightarrow{aq} (T_1, V_1)]$$

adiabatic quasi-static process

$$= -\int_{V_0}^{V_1} dV \; p(T_*(V), V)$$



$T = T_*(V)$

断熱曲線

$\equiv$

(求めたい温度変化)

~ Intermission ~

§ $T_*(V)$ の決定

$$U(T_1, V_1) - U(T_0, V_0) = -\int_{V_0}^{V_1} dV\, p(T_*(V), V)$$

$$T_1 = T_*(V_1)$$

V_1 で微分　((T_0, V_0): 固定)

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \Bigg|_{T=T_1} \cdot \frac{dT_*}{dV_1}\Bigg|_{V_1} + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T \Bigg|_{V=V_1} = -p(T_*(V_1), V_1)$$

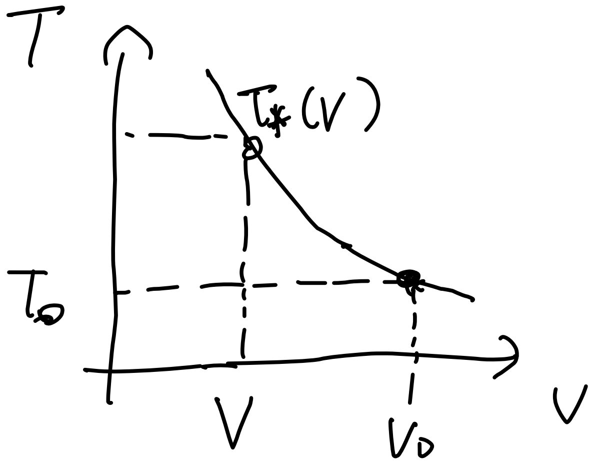
熱容量　　　　　　　　　　　　エネルギー方程式

$$C(T_1, V)\frac{dT_*(V)}{dV} = -T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V.$$

(V_1 は任意なので V とおきなおした)

§ 例：理想気体

$$U(T_*(V), V) - U(T_0, V_0) = -\int_{V_0}^{V} dV' \, p(T_*(V'), V)$$



$$\frac{3}{2} NR\left(T_*(V) - T_0\right) = -\int_{V_0}^{V} dV' \, \frac{NRT_*(V')}{V'}$$

$\Longrightarrow$ V で微分

$$\frac{3}{2} \cancel{NR} \, \frac{dT_*}{dV} = -\cancel{NR} \, \frac{T_*(V)}{V}$$

$$\boxed{\frac{3}{2} \frac{dT_*(V)}{dV} = -\frac{T_*(V)}{V}} \longrightarrow T_*(V) \text{ を知りたい。}$$

微分方程式

§ 微分方程式を解く

$$\frac{3}{2}\frac{dT_*(V)}{dV} = -\frac{T_*(V)}{V} \longrightarrow \frac{3}{2}\frac{dT}{dV} = -\frac{T}{V}$$

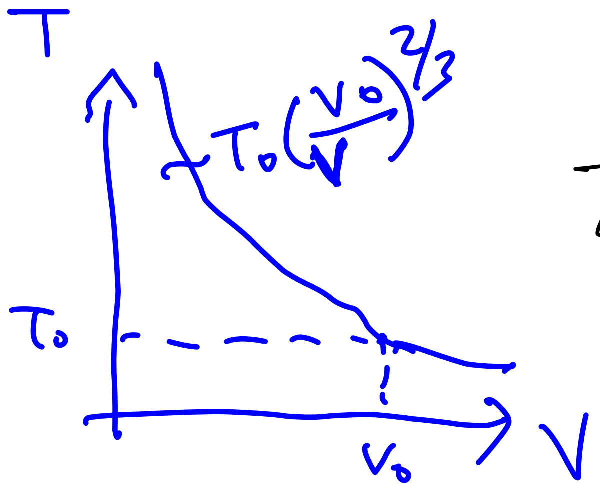
変数分離型：

$$\frac{3}{2}\frac{dT}{T} = -\frac{dV}{V}$$

$$\longrightarrow \frac{3}{2}\int\frac{dT}{T} = -\int\frac{dV}{V}$$

$$\longrightarrow \frac{3}{2}\log T = -\log V + \mathrm{const}$$

$$\longrightarrow T^{3/2}V = \mathrm{const}$$



$$T_*^{3/2}(V)V = T_0^{3/2}V_0 \Longrightarrow T_*(V) = T_0\left(\frac{V_0}{V}\right)^{2/3}$$

~ Intermission ~

§ 準静的過程

▷ 平衡状態が持続している過程

$$\tau \gg \tau_{eq}$$

平衡になる時間

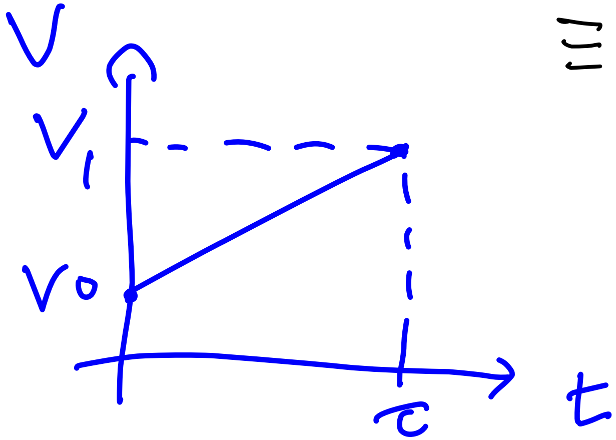
操作時間

▷ 操作的定義 （悪徳商人にだまされないため）

e.g. $V_0 \longrightarrow V_1$ ：ピストンを押す

$\equiv$ $V = V(t)$ 　体積制御プロトコル

$0 \leq t \leq \tau$



§ 操作的定義 (1)

- $V(t),\ 0 \le t \le \tau$ $\Longrightarrow$ $W[(T_0, V_0) \xrightarrow{V} (T_1, V_1)] \fallingdotseq W_V$

プロトコル

平衡状態

「操作後に十分待つ」

(等温環境 $(T_1 = T_0)$ or 断熱環境)

- $V^\dagger(t) \equiv V(\tau - t)$

$0 \le t \le \tau$ $\Longrightarrow$ $W[(T_1, V_1) \xrightarrow{V^\dagger} (T_0', V_0)] \fallingdotseq W_{V^\dagger}$

逆操作

を (T_1, V_1) に対して行なう。

$W_V,\ W_{V^\dagger}$ は測定可能。

§ 操作的定義 (2)

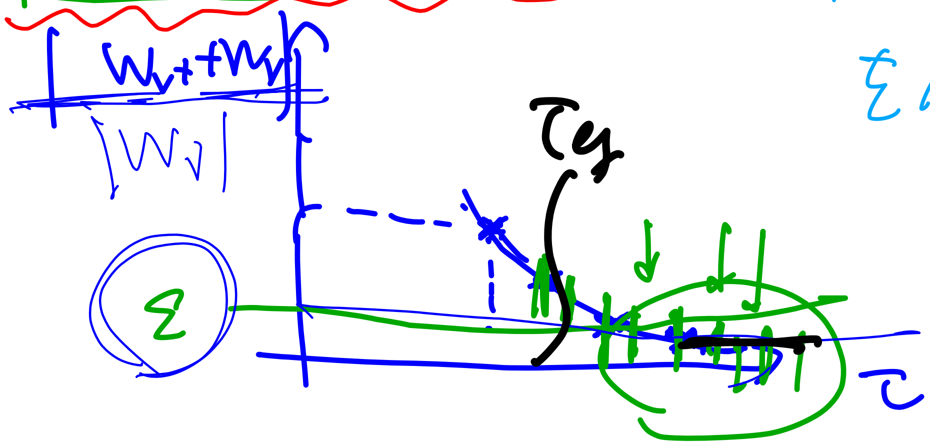
「平衡状態が持続するならば」

$$W_v = -\int_{V_0}^{V_1} dV\, p(T(V), V)$$

$$W_{v+} = -\int_{V_1}^{V_0} dV\, p(T(V), V) = +\int_{V_0}^{V_1} dV\, p(T(V), V)$$

$$= -W_v$$

$$W_{v+} + W_v = 0$$



$\tau \nearrow \infty$

$|W_{v+} + W_v| \searrow 0$

を確認する

許容幅をfix

$|W_v + W_{v+}| \leq \varepsilon |W_v|$

となるように

τ を選ぶ

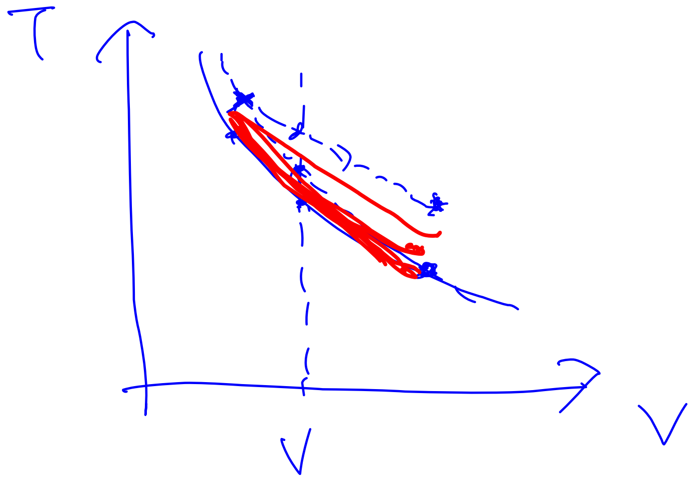
§ 記号

$(T, V) \xrightarrow{i} (T, V')$ 等温過程 ： 等温環境における操作

$(T, V) \xrightarrow{iq} (T, V')$ 等温準静的過程

$(T, V) \xrightarrow{a} (T', V')$ 断熱過程 ： 断熱環境における操作

$(T, V) \xrightarrow{aq} (T_*(V'), V')$ 断熱準静的過程



§ レポート（成績評価に関係ない）

- 最初の設定で新聞紙が燃える理由を説明せよ

- ファンデルワールス気体で断熱曲線 $T_*(V)$ を計算せよ