

レポート 1

2019/10/01 Shin-ichi Sasa

問題 I. 熱力学の復習をする。

(i) 単純物質の熱力学系の熱容量 $C(T, V)$ と圧力 $P(T, V)$ に対して、

$$\frac{\partial C(T, V)}{\partial V} = T \frac{\partial^2 P(T, V)}{\partial T^2} \quad (1)$$

を示せ。(自由エネルギー、エントロピー、熱力学関係式を使ってよい。)

(ii) (1) 式が成り立たないとき第2種永久機関ができることを示せ。

問題 II. 力学の復習をする。外部から完全に孤立化された体積 V の容器の中に N 個の粒子が入っている。重力の影響は無視する。粒子は質点だとし、古典力学に従うとする。すなわち、 i 番目の微粒子(質点)の位置を \mathbf{r}_i 、運動量を \mathbf{p}_i と書き、そのミクロな力学状態を $\Gamma = (\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_N)$ と記す。この系のハミルトニアンを

$$H(\Gamma; V, N) = \sum_{i=1}^N \frac{|\mathbf{p}_i|^2}{2m} + \sum_{i < j} V_{\text{int}}(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|) + \sum_{i=1}^N V_{\text{wall}}(\mathbf{r}_i) \quad (2)$$

と表わす。 $V_{\text{int}}(r)$ は粒子間距離が r のときの相互作用ポテンシャルで $V_{\text{wall}}(\mathbf{r}_i)$ は壁との相互作用ポテンシャルをあらわす。

(i) 運動方程式を書け。 V_{int} や V_{wall} を使ってよい。

(ii) 運動方程式の解を $\Gamma = \Gamma(t)$ と書く。このときエネルギーが保存すること、すなわち、

$$\frac{d}{dt} H(\Gamma(t); V, N) = 0 \quad (3)$$

が成り立つことを示せ。

(iii) 容器を2次元だとする。 $N = 1$ のときの運動の奇跡を作図する。容器の形状が正方形のとき、スタジアム形のときの奇跡を作図し、その違いを議論せよ。(講義では出題していないが、円の場合も考えてみよ。)

(iv) 容器を2次元だとする。 $N = 5$ のときの粒子の運動を計算機を使って計算してみよ。

問題 III. コインを N 枚同時に投げる。表がでると1点、ウラがでると-1点とする。得点を N で割った値はいくらか? 実際に投げてみよ。