

熱力学/2016年度試験 /担当 佐々

2016/07/27 10:30-11:50 実施 教科書・ノート持ち込み不可

問題 I 次の文章を読んで、 に適切な数式を解答に記し、記号 * で記した言葉に関する問に答えよ。

ある物質を考える。物質量を固定する。内部エネルギー U をエントロピー S と体積 V の関数として $U(S, V)$ と記すとき、 S, V の微小変化に対する U の微小変化は $dU =$ **あ** とかける。ここで、 T は温度で、 P は圧力である。この関数は特別な性質 * を持っており、完全な熱力学関数と呼ばれる。 (T, V) を引数にもつ完全な熱力学関数として、自由エネルギー $F(T, V)$ がある。内部エネルギー $U(T, V)$ 、エントロピー $S(T, V)$ を使って、 $F(T, V)$ は $F =$ **い** と表せる。このとき、 T, V の微小変化に対する F の微小変化は $dF =$ **う** と書ける。

問：上の文章の * で記した特別な性質とは、 $U(S, V)$ という関数から、熱容量 $C(T, V)$ および状態方程式 $P = P(T, V)$ が決まるということである。この性質を具体的に示せ。

問題 II 体積 V の箱の中に気体が物質量 N だけ閉じ込められている。この気体の熱容量は $3NR/2$ という一定の値をとっていた。温度 T を変えながら、密度に対する圧力の関数形を求めると

$$P(T, V) = a(T) \frac{N}{V} + b(T) \frac{N^2}{V^2}$$

となった。ここで、 a, b は温度 T だけの関数である。以下の問いに答えよ。

(i) 温度一定の環境で体積を V_0 から V_1 までゆっくり変化させる。このとき、外部が気体にする仕事 W を求めよ。

(ii) $F(T, V_1), F(T, V_0), W$ の関係を記せ。

(iii) $S(T, V_1) - S(T, V_0)$ を $a(T), b(T)$ を使って表せ。

(iv) $a(T)$ および $b(T)$ が T の 1 次関数であることを示せ。

(v) $a(T) = a_0 + a_1 T$ とおく。密度が十分に小さい気体の場合、理想気体の状態方程式が漸近的に成り立つ。この事実から a_0 および a_1 を決定せよ。

(vi) $b(T) = b_0 + b_1 T$ とおく。 b_0, b_1 の物理的意味を議論せよ。

問題 III 自然長からの変位 x に対して復元力 f が $f = -k_1 T x$ として与えられる 1 次元ばねを考える。 k_1 は正の定数である。また、(変位を固定したときの) 熱容量 $C(T, x)$ は (T, x) によらず一定値 C_0 とする。以下の問に答えよ。

(i) 等温環境の下ではばねを変位 x までゆっくり引っ張る。自由エネルギー $F(T, x)$ に対して、 $F(T, x) - F(T, 0)$ を求めよ。

(ii) ばねの変位を x に固定したまま、断熱された (真空) 部屋にばねを移動し、さっと手を離す。しばらく振動したのち、自然長の位置で平衡状態になった。この過程 $(T, x) \rightarrow (T', 0)$ で保存する量は何か。

(iii) T' を求めよ。

(iv) (i) でばねを変位を x に固定したまま、断熱された (真空) 部屋にばねを移動し、ゆっくりと変位を自然長に戻す。この過程 $(T, x) \rightarrow (T'', 0)$ で保存する量は何か。

(vi) $S(T'', 0) - S(T, 0)$ を C_0 を使って表せ。

(v) T'' を求めよ。

問題 IV 真ん中に仕切りの入った箱の左側に理想気体が入っている。右側は真空である。全体が断熱されている状況で、仕切りをはずす。このとき、理想気体は膨張し箱全体に広がる。最初の左側の領域の体積を V とする。仕切りをはずすのに必要な仕事はゼロだと考えてよい。この断熱自由膨張 $(T, V) \rightarrow (T, 2V)$ は不可逆である。つまり、断熱過程として $(T, 2V) \rightarrow (T, V)$ が実現することはない。実際、この過程が実現すると仮定すると、第 2 種永久機関が作れることを示せ。