

熱力学/2015年度試験 /担当 佐々

2016/01/27 10:30-11:50 実施 教科書・ノート持ち込み不可

問題 I 自然長からの変位 x に対して復元力 f が $f = -k(T)x$ として与えられる 1 次元ばねを考える。ばね定数 $k > 0$ は温度 T に依存するので、その依存性を明示的に記した。以下の間に答えよ。ただし、 $k(T)$ の T に関する微分 $k'(T)$ や 2 回微分 $k''(T)$ は答えの一部に含まれてもよい。

- (i) 自由エネルギー $F(T, x)$ に対して、 $F(T, x) - F(T, 0)$ を求めよ。
- (ii) 一般に、エントロピー $S(T, x)$ は $F(T, x)$ から微分操作によって決まる。この式を書け。
- (iii) $S(T, x) - S(T, 0)$ を求めよ。
- (iv) 一般に、内部エネルギー $U(T, x)$ は $F(T, x), S(T, x), T$ の四則演算によって決まる。この式を書け。
- (v) $U(T, x) - U(T, 0)$ を求めよ。
- (vi) (変位を固定したときの) 熱容量 $C(T, x)$ について、 $C(T, x) - C(T, 0)$ を求めよ。

問題 II 質量 m のマクロな球状物体を真空中に固定する。物体は温度 T の平衡状態にあり、物体下端の床からの距離を h とする。固定をはずすと、一定重力の影響で鉛直下向きに加速し、やがて、床と相互作用はじめる。(重力加速度を g とする。) 床は物体としては考えず、ポテンシャル場として力を球に加えるだけだと仮定する。球がポテンシャル場と相互作用している時間は運動を追跡している測定精度においては十分に短く、衝突前の速度 $-v$ に対して、速度が ev でほぼ瞬時にはじき返されるとみなせる。 e は定数であり跳ね返り係数とよばれる。ただし、この相互作用において、球の内部はかき乱される。床との衝突後、球は鉛直上向きに運動し、やがて速度がゼロになる。その時点で再び球を固定する。十分に時間が立つと球は再び平衡状態になる。以下の間に答えよ。

- (i) 球が床との衝突後に (速度がゼロになって) 固定されたとき、床からの距離 h' を h と e であらわせ。
- (ii) 最初の平衡状態における物体の内部エネルギーを U_i 、最後の平衡状態における物体の内部エネルギーを U_f とする。 $U_f - U_i$ を m, g, h, e によってあらわせ。
- (iii) 最初の平衡状態における物体のエントロピーを S_i 、最後の平衡状態における物体のエントロピーを S_f とする。 S_f と S_i の間に成り立つ一般的な不等式を記せ。
- (iv) (iii) の結果から、 $U_f - U_i$ についての制限を導け。さらに、(ii) と併せて、 e についての制限を導け。

問題 III 直方体の箱の中に気体が物質量 N だけ閉じ込められている。この気体はファンデルワールス状態方程式

$$P = \frac{NRT}{V - bN} - a \frac{N^2}{V^2}$$

に従うとする。ここで、 a, b は正の定数である。また、 $V > Nb$ および P は V に関して単調減少になっている状況のみ考えるものとする。熱容量については未だ決定されていないとする。以下の間に答えよ。

- (i) ファンデルワールス気体の熱容量が体積に依存しないこと示せ。
- (ii) ファンデルワールス気体の内部エネルギー、エントロピー、自由エネルギーを求めよ。(どの順序で求めてもよい)

問題 IV 断熱された体積 V の箱の真ん中に仕切り壁があり、物質量 N の気体が左側だけに閉じ込められている。(右側は真空である。) 気体の温度は T であった。このとき、仕切り壁をそっと抜く。十分時間がたった後、気体は箱全体に充満し平衡状態になった。そのときの温度を T' とする。以下の間に答えよ。

- (i) 最初の平衡状態と最後の平衡状態で値の等しい物理量は、内部エネルギー、エントロピー、自由エネルギーのうちどれか。
- (ii) 実験結果が $T' < T$ だったとせよ。(i) の答えを踏まえて、この実験結果から分子間の相互作用について議論せよ。