

熱力学/2009年度試験 /担当 佐々

2009/09/01 15:10-16:40 実施 教科書・ノート持ち込み不可

問題 直方体の箱の中に気体が物質量 N だけ閉じ込められている。この気体はファンデルワールス状態方程式

$$P = \frac{NRT}{V - bN} - a \frac{N^2}{V^2}$$

に従うとする。ここで、 a, b は正の定数である。また、 $V > Nb$ および P は V に関して単調減少になっている状況のみ考えるものとする。熱容量については未だ決定されていないとする。以下の問に答えよ。

- (1) 温度 T が一定の環境で、体積を V_0 から V_1 までゆっくり変化させる。このときに気体にする仕事 W を求めよ。
- (2) この気体の自由エネルギーを $F(T, V)$ と記す。 $F(T, V_1) - F(T, V_0)$ と (1) で求めた仕事の関係を書け。
- (3) この気体のエントロピーを $S(T, V)$ と記す。一般に、 $F(T, V)$ が分かっているならば、それを使って $S(T, V)$ を表すことができる。この関係を書き、 $S(T, V_1) - S(T, V_0)$ を具体的に求めよ。
- (4) 一般に、エントロピー $S(T, V)$ が分かっているならば、それを使って熱容量 $C(T, V)$ を表すことができる。この関係を書き、この気体の熱容量は体積に依存しないことを示せ。以下、熱容量は温度にも依存しないとし、 C_0 と記す。
- (5) 異なる温度 T_1, T_2 に対して、 $S(T_1, V_0) - S(T_2, V_0)$ を求めよ。
- (6) この気体を断熱箱に入れる。最初、温度 T 、体積 V_0 の状態から体積を V_1 にゆっくりと変化させる。この変化によって一定に保たれる状態変数は何か？
- (7) 前問の操作によって、温度が T_* になったとする。以上の結果を用いて、この温度を求めよ。
- (8) この気体の内部エネルギー $U(T, V)$ を求めよ。
- (9) この箱の真ん中に動くことができる仕切り壁を入れる。最初、左右の圧力が釣りあっているので壁は動かない。壁を少しだけ右にずらして離すと、壁はもとの位置に戻る。これは気体がバネと同じように弾性をもつということを示している。このとき、ずらす変位と働く力が比例する領域に着目することにより、ばね定数を求めよ。
- (10) 気体をばねと考えたとき、その性質は金属に近いだろうか、ゴムに近いだろうか。理由とともに説明せよ。