

熱力学/2008年度試験 /担当 佐々

2008/09/02 10:55-12:25 実施 教科書・ノート持ち込み不可

問題 A 次の性質を持つ「1次元ばね」を考える。(i) 自然長から x だけ引っ張ると、元に戻ろうとする力 $f = -kx$ が働く。ここで、ばね定数 k は、変位 x に依存しないが、温度に依存する。(以下では、ばね定数を $k(T)$ と記す。) (ii) 変位 x を固定したときの熱容量は、温度 T と変位 x に依存しない。(以下では、熱容量を C_0 と記す。) 以下の問に答えよ。

- (1) 温度 T が一定の環境で、自然長から x だけゆっくり引っ張る。この過程で1次元ばねにする仕事を $k(T)$ と x で表せ。
- (2) この1次元ばねの自由エネルギーを $F(T, x)$ と記す。 $F(T, x) - F(T, 0)$ を $k(T)$ と x で表せ。
- (3) この1次元ばねのエントロピーを $S(T, x)$ と記す。 $S(T, x) - S(T, 0)$ を $k'(T)$ と x で表せ。ここで、 $k'(T)$ は $k(T)$ の T に関する微分を意味している。
- (4) $S(T, 0)$ を C_0 と T で表せ。
- (5) この1次元ばねの内部エネルギーを $U(T, x)$ と記す。 $U(T, x) - U(T, 0)$ を $k(T)$, $k'(T)$, T , x で表せ。
- (6) $k'(T)$ は温度に依存しない定数でなければならないことを示せ。以下、この定数を $k'(T) = k_1$ と記す。
- (7) この1次元ばねを断熱箱に入れる。ゆっくり x だけ引っ張ると、ばねの温度が T_0 から T_1 に変化した。状態 $(T_0, 0)$ と状態 (T_1, x) で等しい量を明示し、 T_1 を T_0 , C_0 , k_1 , x で表せ。

問題 B 断熱壁で囲まれた体積 V の箱が真中の仕切り壁で左右二つの領域に区切られている。最初、仕切り壁の左側の領域だけに物質量 N の理想気体が封入されていて温度 T の平衡状態になっている。仕切り壁を抜くと、理想気体は箱全体に広がる。そのときの温度を T' とする。次の問に答えよ。

- (1) T' と T の関係を書け。
- (2) 問題で述べられている過程 $(T, V/2) \rightarrow (T', V)$ が不可逆であることを示したい。例えば、状態 (T', V) において、箱の右端にそっと仕切り板を挿入し、ピストンで真中までゆっくり押し込むと、仕切り壁の左側の領域だけに理想気体が閉じ込められる状態が実現する。しかし、この操作では、元の状態に戻っていないことを示せ。
- (3) 問題で述べられている過程の逆過程 $(T', V) \rightarrow (T, V/2)$ が断熱環境で実現できるならば、第2種永久機関ができることを示せ。