

熱力学/2006年度試験(その1)/担当 佐々

2006/09/01 15:00-16:30 実施 教科書・ノート持ち込み不可

問題 A 「謎の気体」の状態方程式と定積熱容量を測定すると

$$P = \frac{NRT}{V} + aT^2 \quad (1)$$

$$C = \frac{3NR}{2} \quad (2)$$

を得た。 N は物質質量、 R は気体定数である。 a は0でない定数である。実は、この気体が我々の宇宙に存在すると、熱力学が破綻する。その様子と理由を以下の問いに答えながら考えていこう。以下、 $T_1 > T_2$, $V_2 > V_1$ である。

(1) この気体を体積 V_1 の箱に閉じ込める。温度 T_1 の熱源と接しながら、箱の体積を V_1 から V_2 に準静的に変化させる (過程 I)。この過程で気体のする仕事 W_I を求めよ。

(2) ついで、箱を断熱壁で囲んだのち、温度 T_2 の熱源に移動する。断熱壁をすみやかにはずすと、体積は V_2 のままで、温度が T_1 から T_2 に変化する (過程 II)。この過程で、温度 T_2 の熱源が気体に与える熱 Q_{II} を求めよ。

(3) ついで、温度 T_2 の熱源と接しながら、箱の体積を V_2 から V_1 に準静的に変化させ (過程 III)、断熱壁で囲んで温度 T_1 の熱源まで移動し、断熱壁をはずし温度 T_1 の平衡状態を実現する (過程 IV)。過程 III で気体がする仕事を W_{III} 、過程 IV で温度 T_1 の熱源が気体に与える熱を Q_{IV} とする。さて、過程 I から過程 IV までをあわせると、ふたつの熱源だけを使ったサイクル過程になっている。(2) 式より、

$$U = \frac{3}{2}NRT \quad (3)$$

を仮定すると、このサイクル過程の効率、すなわち、気体がする仕事と高温熱源からもらう熱の比は、 W_I , W_{III} , Q_{IV} を使って書ける。この式を示せ。

(4) 前問のサイクルの効率が、カルノーサイクルを超えることがあることを示せ。

(5) ふたつの熱源だけを使ったサイクル過程の効率がカルノーサイクルを超えると、熱力学の大前提のひとつと矛盾する。何と矛盾することになるのか。

熱力学は正しいはずなので、何かが間違っている。熱力学の知識を論点を整理していこう。

(6) まず、熱力学の到達点のひとつである (ヘルムホルツの) 自由エネルギー F を 内部エネルギー U とエントロピー S を使って記せ。

(7) $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T$ と状態方程式の関係式 (エネルギー方程式) を導き、(1) 式より $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T$ を具体的に求めよ。

(8) $\left(\frac{\partial C}{\partial V}\right)_T$ と状態方程式の関係式を導き、(1) 式より $\left(\frac{\partial C}{\partial V}\right)_T$ を具体的に求めよ。

(9) 前問に正しく答えることができたなら、(2) 式と矛盾することがわかる。問 (8) の答えと整合する熱容量の式の例を挙げ、その場合の内部エネルギーを求めよ。(注: この内部エネルギーを使うと、過程 I ~ 過程 IV のサイクル過程での効率は、カルノーサイクルを下回る。)

熱力学/2006年度試験(その2) /担当 佐々

2006/09/01 15:00-16:30 実施 教科書・ノート持ち込み不可

問題 B 断熱壁で囲まれた体積 V の箱に物質 N の理想気体が封入されていて温度 T の平衡状態になっている。箱の真ん中にそっと断熱仕切り壁をいれる。この仕切り壁には「最新技術」が施されていて、仕切り壁に衝突する分子の速度を直ちに検出でき、それに応じて、「小窓」の開け閉めができるのである。例えば、仕切り壁の右側から壁の小窓の領域にくる粒子については、速度が大きい分子だけ「小窓」を開けて、左側に通過させ、逆に、仕切り壁の左側から壁の小窓の領域にくる粒子については、速度が小さい分子だけ「小窓」を開けて、右側に通過させる。しばらくすると、右側には速度の小さい分子が左側には速度が大きい分子が相対的に多くなる。ここで操作をやめて、平衡状態に到達するまで待つと、左側の温度が T_1 、右側の温度が T_2 になる。($T_1 > T_2$)。簡単のため、左側と右側の粒子数が等しくなったところで操作をやめたとする。以下の問いに答えよ。ただし、理想気体のエントロピーの式

$$S(T, V) = NR \log \frac{T^{3/2} V}{N}$$

は使ってよい。

- (1) 最終状態のエントロピーが最初の状態のエントロピーより小さいことを示せ。
- (2) 前問で証明される命題は熱力学と矛盾する。おそらく、問題文で書かれた「最新技術を施した操作」を、断熱環境下における熱力学の操作として考えてはいけなないのであろう。どのような点に問題があるのだろうか。熱力学の諸々を思い出しながら、自由に推測せよ。(注：問題文の操作は、「マクスエルの悪魔」と呼ばれる。)